Энгельсский технологический институт (филиал) федерального государственного
бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Саратовский государственный технический университет имени Гагарина
Ю.А.»

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Методические указания к выполнению контрольной работы
по дисциплине «Начертательная геометрия»
для студентов направлений

09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»
09.03.04 «Программная инженерия»
15.03.02 «Технологические машины и оборудование»
15.03.05 «Конструкторско-технологическоеобеспечение машиностроительных производств»
18.03.01 «Химическая технология»
23.03.01 «Нефтегазовое дело»
29.03.05 «Конструирование изделий легкой промышленности»

заочной формы обучения

Энгельс 2026

ВВЕДЕНИЕ

Контрольные работы по начертательной геометрии представляют собой чертежи (эпюры). Задания на контрольные работы индивидуальные, представлены в вариантах. Студент выполняет тот вариант задания, номер которого соответствует сумме двух последних цифр шифра зачетной книжки. Если, например, учебный шифр студента 748231, то он во всех контрольных работах выполняет четвертый вариант (3+1=4). Контрольные работы представляются на рецензию в сроки, указанные в учебном графике.

Чертежи контрольных работ выполняются на листах чертежной бумаги формата А3 (297×420 мм). На расстоянии 5 мм от линии отреза листа проводится рамка поля чертежа, с левой стороны рамка проводится от линии отреза на расстоянии 20 мм. В правом нижнем углу формата вплотную к рамке помещается основная надпись. Размеры ее и текст на ней показаны в приложении 2 настоящего методического указания. Прежде чем выполнить контрольные работы, студент должен разобраться в теоретическом материале, а затем применить его к решению контрольных задач.

Титульный лист оформляется по форме (приложение 1).

Тема 1. Пересечение прямой общего положения с плоскостью общего положения

Положение прямой относительно плоскости определяется способом сечений. На рис.1 а изображена плоскость $\alpha(\Delta ABC)$ и прямая ℓ общего положения, надо определить точку пересечения прямой и плоскости.

Алгоритм решения:

1. Заключить прямую ℓ во вспомогательную проецирующую плоскость γ .
2. Построить линию пересечения m (12) плоскости γ с заданной плоскостью α.
3. Определить относительное положение прямой ℓ и плоскости γ. Здесь возможны три случая:

а) $\ell \cap \alpha$; б) $\ell \parallel \alpha$; в) $\ell \in \alpha$.

4. Определить видимость прямой ℓ по конкурирующим точкам.

На рис. 1 б показано решение этой задачи на эпюре.

1. Прямая ℓ заключена в проецирующую плоскость (в горизонтально-проецирующую γ). Горизонтальная проекция γ_1 совпадает с горизонтальной проекцией ℓ_1 , прямой ℓ; то есть $\gamma_1 \equiv \ell_1$, так как $\gamma \perp \Pi_1$.
2. Построить линию пересечения горизонтально-проецирующей плоскости γ с заданной α. Плоскость γ пересекает плоскость α по прямой m, проекция $1_1 2_1$ отрезка которой совпадает с горизонтальной проекцией γ_1. Плоскость задана треугольником ABC, поэтому линия m проводится

через точки 1 и 2 пересечения сторон треугольника АВ и АС с плоскостью γ, горизонтальные проекции этих точек известны: по линии связи определить их фронтальные проекции 1_2 и 2_2 и провести через них фронтальную проекцию m_2 прямой m.

3. Определить относительное положение прямой ℓ и плоскости α . Прямая ℓ пересекается с плоскостью α в точке К, так как $\ell_2 \cap m_2 = K_2$. Горизонтальную проекцию K_1 построить по фронтальной K_2 с помощью линии связи K_1K_2.

4. Видимость прямой ℓ относительно плоскости α определить по конкурирующим точкам.

Рассмотреть две конкурирующие точки 2 и М, расположенные на одной горизонтально-проецирующей прямой. Точка М принадлежит прямой ℓ, точка 2 принадлежит стороне АС треугольника, горизонтальные проекции этих точек совпадают: $2_1=M_1$. По линиям связи найти фронтальные проекции, то есть 2_2 и M_2 . Точка М расположена выше точки 2, поэтому точка М при виде сверху – видимая, а точка 2 – невидимая, но точка М принадлежит прямой ℓ, следовательно отрезок МК прямой ℓ при виде сверху виден.

Видимость на плоскости $П_2$ определить с помощью конкурирующих точек, расположенных на фронтально проецирующей прямой, т.е. рассмотреть две конкурирующие точки N и С. Точка С принадлежит плоскости α (вершина Δ АВС) , точка N принадлежит прямой ℓ. Фронтальные проекции этих точек совпадают $N_2=C_2$ по линиям связи и свойству принадлежности точек построить горизонтальные проекции этих точек, то есть $C_1= N_1$. Точка С расположена ближе к наблюдателю и на виде спереди видимая, а точка N невидимая. Но точка N принадлежит прямой ℓ, следовательно отрезок NK прямой ℓ при виде спереди невидимый и изображается штриховой линией.

Тема 2. Перпендикулярность прямой и плоскости

В курсе «Начертательная геометрия» доказана теорема: если прямая перпендикулярна плоскости, то горизонтальная проекция этой прямой перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали, а фронтальная проекция ее перпендикулярна фронтальной проекции фронтали.

Задача.

Определить расстояние от точки S до плоскости общего положения, заданной фронталью и горизонталью. Поставленная задача решена с использованием вышеуказанной теоремы.

Дано.

$\alpha(h \cap f)$ – плоскость общего положения;

S (S_1; S_2).

Определить расстояние от S до α.

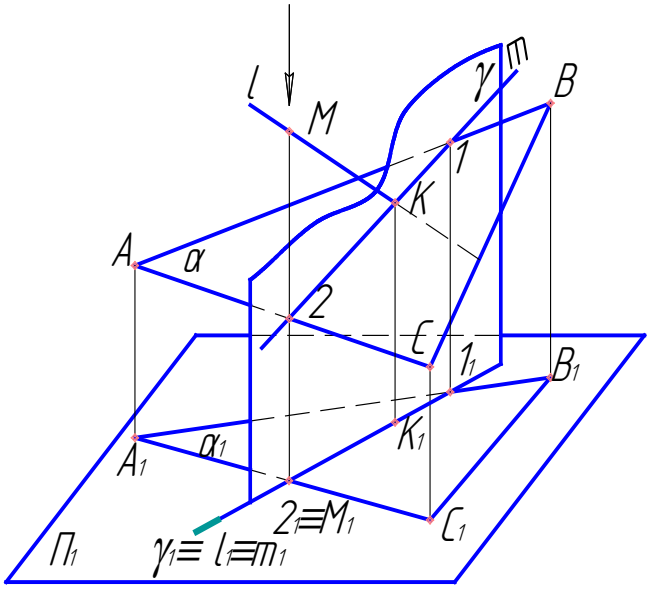


Рис. 1а

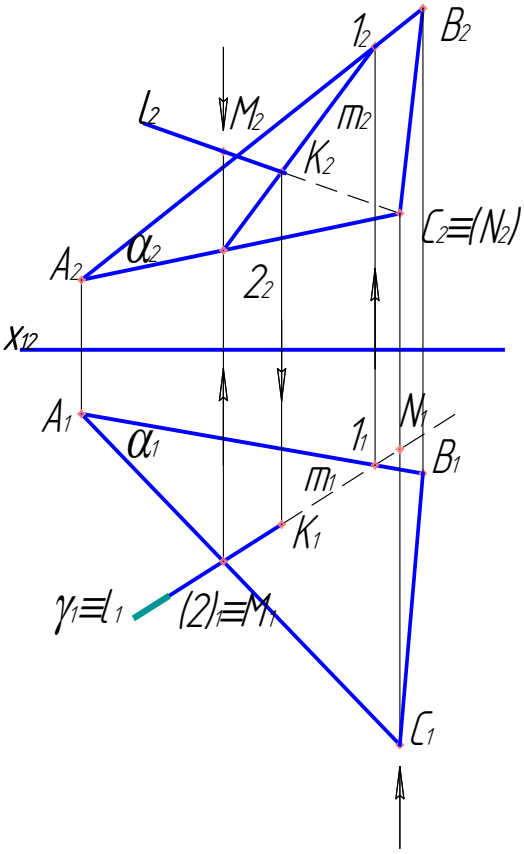


Рис. 1б

Решение.

1. Опустить перпендикуляр n из точки S на плоскость α.

Используя свойство перпендикулярности прямой к плоскости и свойство проецирования прямого угла, на эпюре провести $n_1 \perp h_1$ и $n_2 \perp f_2$

через проекции S_1 и S_2 точки S.

2. Определить точку пересечения К перпендикуляра с плоскостью α, для чего применяя метод сечения, заключить перпендикуляр n в горизонтально-проецирующую плоскость β (n Є β), на эпюре $n_1 \equiv \beta_1$; $\beta \perp \Pi_1$.

$\beta \cap \alpha = a$; $\beta_1 \cap h_1 = 1_1$; $\beta_1 \cap f_1 = 2_1$;

по линии связи определить проекции 1_2 и 2_2, соединив которые найти проекцию a_2.

3. Отметить точку пересечения построенной линии пересечения а с проведенным перпендикуляром n, то есть

$a \cap n = K$,

на эпюре $n_2 \cap a_2 = K_2$, по линии связи построить K_1. К – основание перпендикуляра.

4. Определить натуральную величину расстояния от точки S до α способом прямоугольного треугольника.

Один катет – проекция S_1K_1, второй катет (Δz) – разность высот точек S и К, гипотенуза построенного прямоугольного треугольника есть расстояние от S до α, (рис. 2).

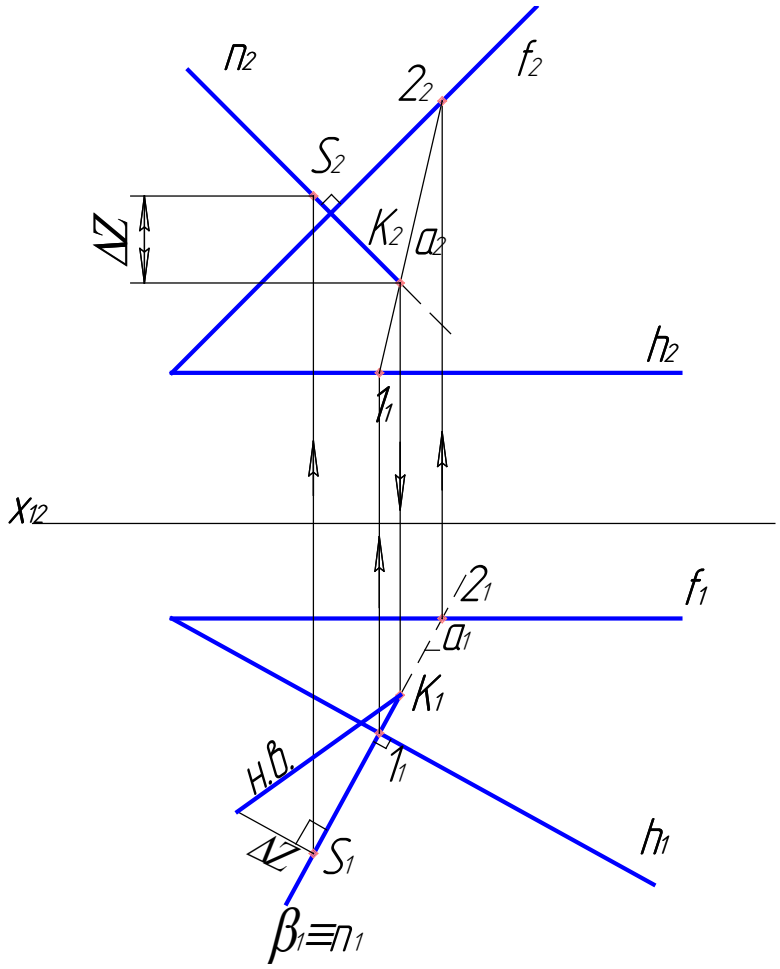


Рис. 2

Тема 3. Плоскопараллельное перемещение

При вращении геометрической фигуры вокруг оси, перпендикулярной к плоскости $П_1$, горизонтальная проекция фигуры не изменяется ни по форме, ни по размерам. При вращении вокруг оси, перпендикулярной к плоскости $П_2$, ее фронтальная проекция не изменяется ни по форме, ни по размерам. В первом случае, все точки перемещаются в параллельных горизонтальных плоскостях, во втором – в параллельных фронтальных. Не фиксируя оси вращения, одну из проекций геометрической фигуры можно построить в новом удобном месте на чертеже, а затем по линии связи найти вторую проекцию, имея в виду, что точки ее перемещаются по прямым, перпендикулярным к линиям связи.

На примере использования способа параллельного перемещения для перевода произвольно расположенной фигуры в частное положение надо определить натуральную величину (△ABC) плоскости β, занимающей общее положение, рис 3.

Дано.

β(△ABC) – плоскость общего положения.

Построить натуральную величину △ABC.

Решение.

1. Провести в плоскости горизонталь (h) и повернуть треугольник ABC во фронтально проецирующее положение A´B´C´. Для этого горизонтальную проекцию треугольника надо построить на любом свободном месте чертежа, но так, чтобы h_1 заняла положение h_1', перпендикулярное оси X_{12}. При этом $\triangle A_1'B_1'C_1' = \triangle A_1B_1C_1$, фронтальная проекция △ $A_2'B_2'C_2'$ изобразится отрезком прямой.

2. Повернуть △ABC параллельно плоскости $П_1$. При этом фронтальную проекцию $\triangle A_2''B_2''C_2''$ надо расположить перпендикулярно к линиям связи, то есть $\triangle A_2''B_2''C_2'' \| X_{12}$, причем $\triangle A_2''B_2''C_2'' = \triangle A_2'B_2'C_2'$. Горизонтальная проекция △ $A_1''B_1'C_1''$ есть натуральная величина △ABC (рис. 3).

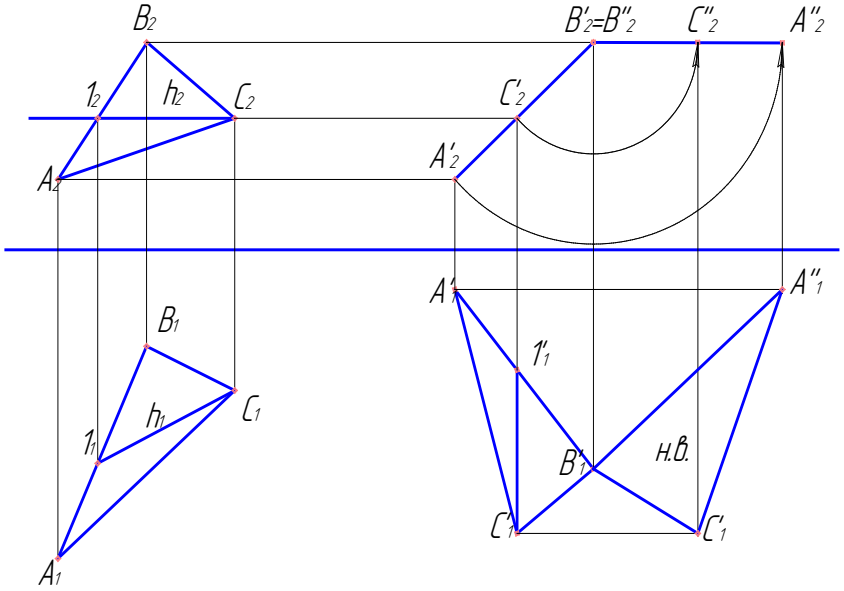


Рис. 3

Тема 4. Взаимное пересечение многогранников

Два многогранника могут пересекаться по одной или двум замкнутым ломаным линиям, которые можно определить по точкам пересечения ребер одного многогранника с гранями другого. Это известная задача на определение точки пересечения прямой с плоскостью, то есть задача на определение линии пересечения двух плоскостей. Линия пресечения многогранников может быть определена как линия пересечения граней многогранников.

Преимущество отдается тому из способов, который в зависимости от условия задачи дает более простое и наиболее точное решение.

Эти два способа построения линии пресечения двух многогранников при решении задач часто комбинируют.

Неполное проницание многогранников

Если один многогранник частично пересекается с другим, как бы не полностью врезается в другой многогранник, то в этом случае будет одна пространственная ломаная линия их взаимного пересечения. Такое взаимное пересечение многогранников называется неполным проницанием, или врезкой.

На рис. 4 показано построение на эпюре линии пересечения неполного проницания прямой призмы с пирамидой.

Прямая треугольная призма стоит своим основанием на плоскости проекций $П_1$. Вертикальные ребра ее проецируются на $П_1$ точками; грани боковой поверхности призмы проецируются на плоскость $П_1$ отрезками прямых, то есть эти грани представляют собой отсеки горизонтально-проецирующих плоскостей, поэтому точки пересечения ребер пирамиды с гранями призмы (1, 2, 3, 4) определяются без дополнительных построений. Чтобы определить точки пересечения ребра NN' призмы с гранями пирамиды, надо заключить ребро NN' в горизонтально-проецирующую плоскость γ, проходящую через вершину пирамиды S. Точки пересечения плоскости γ с основанием пирамиды обозначены: E=F (E Є BC; F Є AB). Построить фронтальную проекцию сечения пирамиды ($S_2F_2E_2$) плоскостью γ. Отметим точки пересечения проекции ребра N_2N_2' с построенной фронтальной проекцией сечения ($S_2F_2E_2$), то есть точки 5_2 и 6_2. Так как каждый отрезок искомой ломаной линии пересечения является линией пересечения граней двух различных многогранников, то соединять нужно лишь те точки, которые одновременно принадлежат одним и тем же граням пересекающихся многогранников, (рис.4).

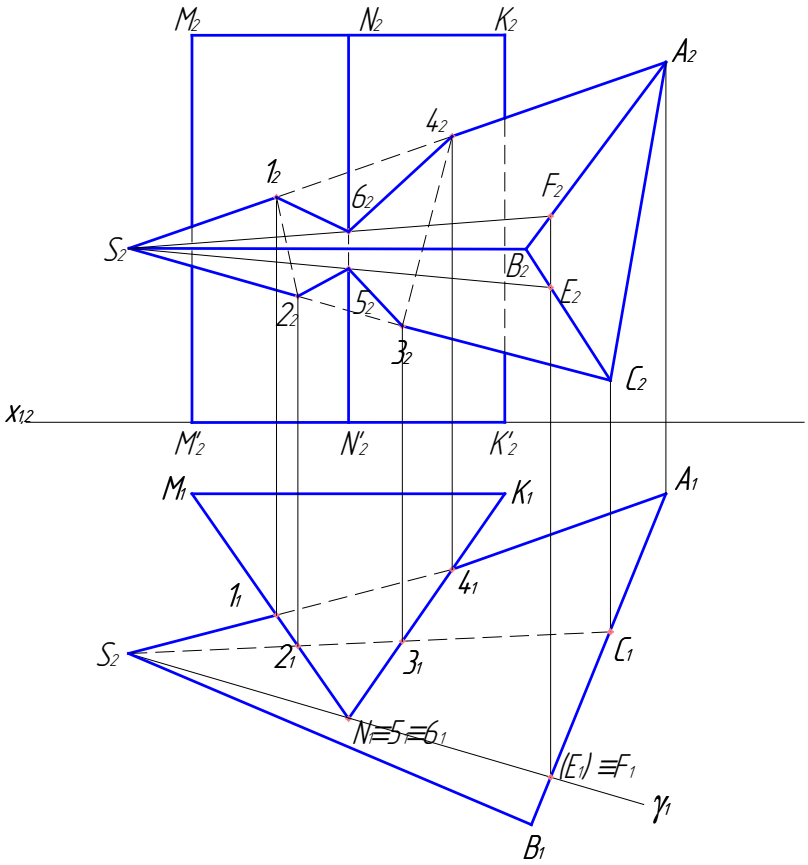


Рис. 4

Полное проницание многогранников

Если один многогранник полностью пересекается вторым многогранником, получаются две линии их пересечения – линия входа одного многогранника в другой и линия выхода. Такое взаимное пересечение многогранников называют полным проницанием.

Полное проницание показано на примере пирамиды и призмы, (рис. 5).

Линию пересечения двух многогранников построить по точкам пересечения ребер одного многогранника с гранями другого многогранника.

Так, ребро SB пирамиды пересекает две грани призмы: одну в точке 1 и вторую в точке 2.

Ребро SA пересекает две грани призмы в точках 5 и 6, ребро SC – в точках 3 и 4.

Из четырех боковых ребер призмы только одно (КК') пересекает пирамиду. Чтобы найти точки пересечения этого ребра с гранями пирамиды, надо провести через него и вершину S горизонтально-проецирующую плоскость α. Эта плоскость пересекает пирамиду по прямым линиям, которые пересекаются с ребром призмы в точках 7 и 8, являющимися точками пересечения ребра призмы с гранями пирамиды.

Соединив каждые пары точек одних и тех же граней отрезками прямых, можно получить две линии пересечения многогранников, одна из

них представляет собой треугольник 145, другая – многоугольник 32768. В проекциях видимы только те из отрезков многоугольников пересечения, которые принадлежат видимым граням многогранников; невидимые отрезки обозначены на рис. 5 штриховыми линиями.

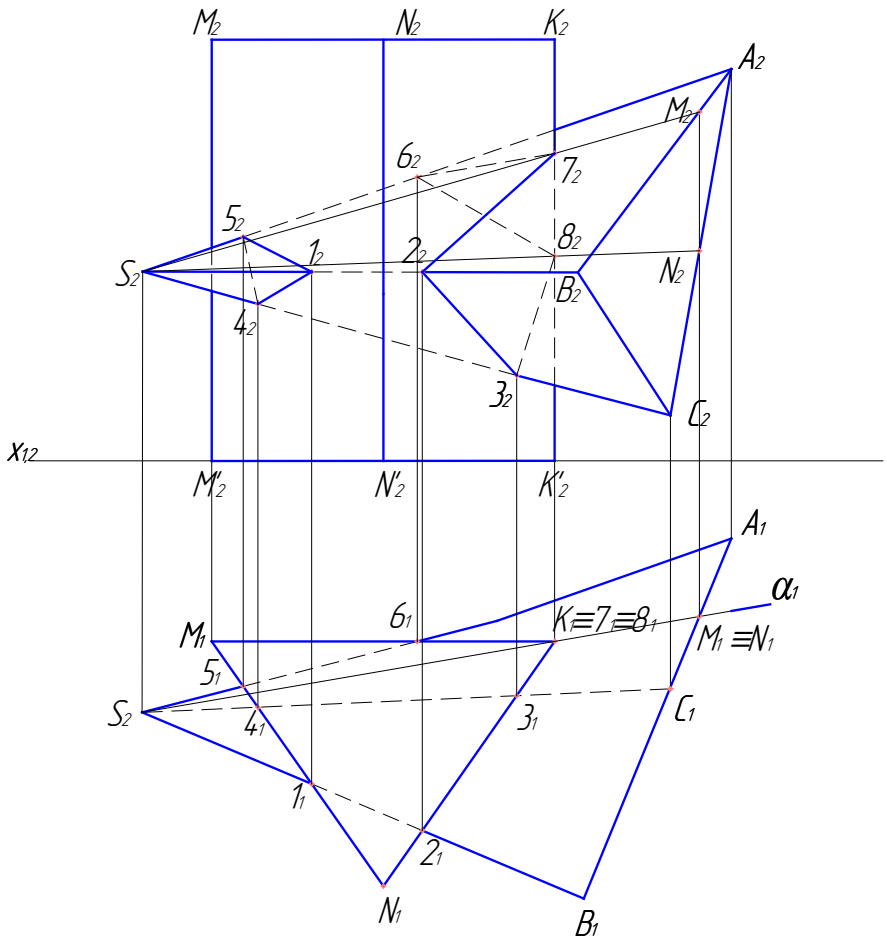


Рис. 5

Тема 5. Поверхности вращения

Поверхностью вращения называется поверхность, образованная вращением вокруг некоторой неподвижной прямой. Неподвижная прямая называется осью вращения поверхности, а вращающаяся линия – образующей.

Принадлежность точки поверхности вращения определяется при помощи параллели, проходящей через эту точку.

Задача.

Построить недостающую проекцию точки А, принадлежащей поверхности вращения Ф, если известна ее фронтальная проекция.

Дано.

Ф ($Ф_1$, $Ф_2$) – поверхность вращения;

АЄФ;

$А_2$Є$Ф_2$.

$А_1$- ?

Решение.

Через данную фронтальную проекцию A_2 точки А провести фронтальную проекцию P_2 параллели, принадлежащей поверхности Ф, построить ее горизонтальную проекцию. Радиус параллели равен длине отрезка $O_2 1_2$. По линии связи определить горизонтальную проекцию A_1 (рис. 6).

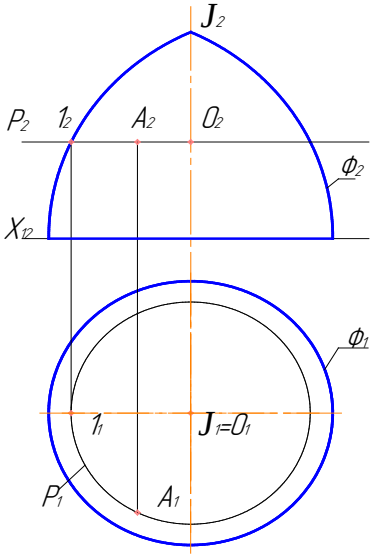


Рис. 6

Задача.

Построить проекцию точки В, принадлежащей поверхности конуса, если известна горизонтальная проекция B_1.

Дано.

Ф – прямой круговой конус;

В Є Ф;

B_1.

B_2 - ?

Решение.

Для нахождения фронтальной проекции B_2 точки В (рис. 7), провести через B_1 горизонтальную проекцию P_1 параллели, радиусом равным расстоянию от оси до точки B_1, то есть J_1, B_1, отметить точку 1_1 – точку пересечения параллели с главным меридианом. По линии связи найти фронтальную проекцию 1_2 Є m_2, через точку 1_2 провести фронтальную проекцию P_2, параллельно оси x_{12}. По линии связи построить фронтальную проекцию точки В, так как точка В находится за плоскостью главного меридиана m, проекция B_2 будет невидимой и указывается в скобках.

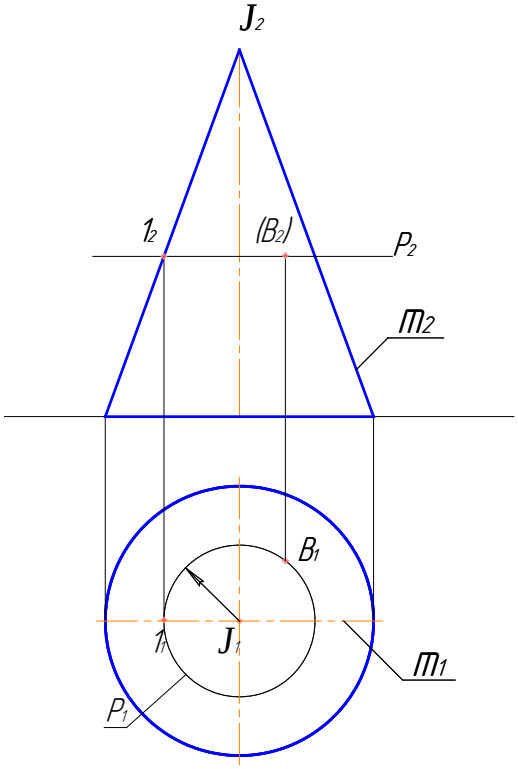


Рис. 7

Задача.

Построить фронтальную проекцию точки С, принадлежащей поверхности сферы Ф.

Дано.

Ф ($Ф_1$,$Ф_2$) – сфера;

СЄФ;

$С_1$ЄФ;

$С_2$ - ?

Решение.

Для нахождения фронтальной проекции точки $С_2$ (рис. 8), провести горизонтальную проекцию m_1 меридиана (m_1||X_{12}), проходящего через $С_1$. Построить фронтальную проекцию m_2 меридиана, то есть провести на фронтальной проекции окружность радиусом, равным отрезку $1_1\,2_1$ По линии связи определить фронтальную проекцию $С_2$, так как горизонтальная проекция указана в скобках (по условию задачи), то есть невидимая, то фронтальная проекция точки С должна находиться под экватором. Поскольку точка С находится за плоскостью главного меридиана, то ее фронтальную проекцию указываем под экватором в скобках как невидимую.

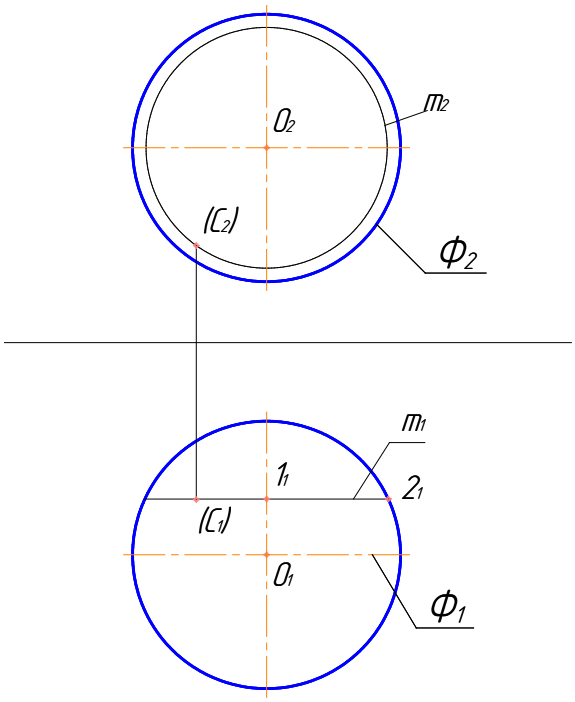


Рис. 8

Тема 6. Взаимное пересечение поверхностей вращения

Линия пересечения двух поверхностей является множеством точек, общих для данных поверхностей. Для определения этих точек часто пользуются вспомогательными секущими плоскостями. Плоскости-посредники пересекают данные поверхности по линиям, которые, в свою очередь, пересекаются в точках линии пересечения данных поверхностей.

Секущие плоскости-посредники выбирают так, чтобы они, пересекаясь с данными поверхностями, давали простые для построения линии, например прямые или окружности.

При построении линии пересечения применяют два основных способа – способ секущих плоскостей и способ сфер.

Секущими плоскостями часто выбирают плоскости уровня – плоскости, параллельные плоскостям проекций.

Линия пересечения двух поверхностей имеет опорные точки, с которых следует начинать построение этой линии. Они позволяют увидеть, в каких границах можно изменять положения вспомогательных секущих плоскостей для определения остальных точек. К таким точкам относятся экстремальные точки: верхняя и нижняя точки относительно той или иной плоскости проекций; точки, расположенные на очерковых образующих некоторых поверхностей, точки видимости, имеющие проекции на линии очертания и т.д.

Использование метода секущих плоскостей показано на примере пересечения сферы и конуса, оси вращения которых расположены параллельно.

Дано.
Ф - конус;
Ф' - сфера;
$\phi \cap \phi` = n(n_1 n_2)$
Решение.

На рис. 9 даны две проекции поверхностей вращения, оси которых параллельны между собой и перпендикулярны к плоскости Π_1. В качестве плоскостей посредников можно выбрать горизонтальные плоскости. Плоскости-посредники пересекают конус и сферу по параллелям. При построении линии пересечения отметить опорные и характерные точки. Опорные точки – точки пересечения главных меридианов (1, 4), фронтальные проекции этих точек – 1_2 и 4_2, по линиям связи найти их горизонтальные проекции.

Чтобы определить точки границы видимости для $П_1$, провести секущую плоскость α через экватор сферы.

Конус при этом пересекается по параллели Р: Ф∩α=Р.

Сфера пересекается по экватору: Ф'∩α= Р'. P_1'∩P_1 =3_1∩$3_1'$.

При пересечение горизонтальной проекции параллели и экватора получаются горизонтальные проекции искомых точек 3_1 и 4_1, по линиям связи определить их фронтальные проекции.

Аналогично определить вспомогательные точки 2 и 2',

Проведя горизонтальную плоскость β:

$\beta \cap \phi = P$

$\beta \cap \phi` = P`$

P_1'∩P_1 = 2 и 2'. По линиям связи построить фронтальные проекции этих точек. Количество точек линии пересечения определяется требуемой точностью графических построений. Проекции линии пересечения строятся как обводы проекций ее точек.

Задача на построение линии пересечения двух поверхностей упрощается, в том случае, когда одна из поверхностей является проецирующей, то есть прямолинейные образующие этой поверхности (цилиндра, призмы) перпендикулярны какой-либо плоскости проекций. Проекция линии пересечения на эту плоскость, определяется на эпюре без дополнительных построений. Пусть конус вращения с вертикальной осью пересекается фронтально проецирующим цилиндром, рис. 10. Фронтальная проекция линии пересечения известна, она совпадет с фронтальной проекцией цилиндра. Отметить опорные, характерные и вспомогательные точки. Фронтальные проекции $1_1 и 2_1$ опорных точек 1 и 2 находятся по линиям связи без дополнительных построений. Точки 3 и 3` являются точками границы видимости линии пересечения. Точки 4 и 4` найдем с помощью параллели, проведенной через фронтальные проекции этих точек. Найденные горизонтальные проекции точек соединить плавной кривой с указанием видимости.

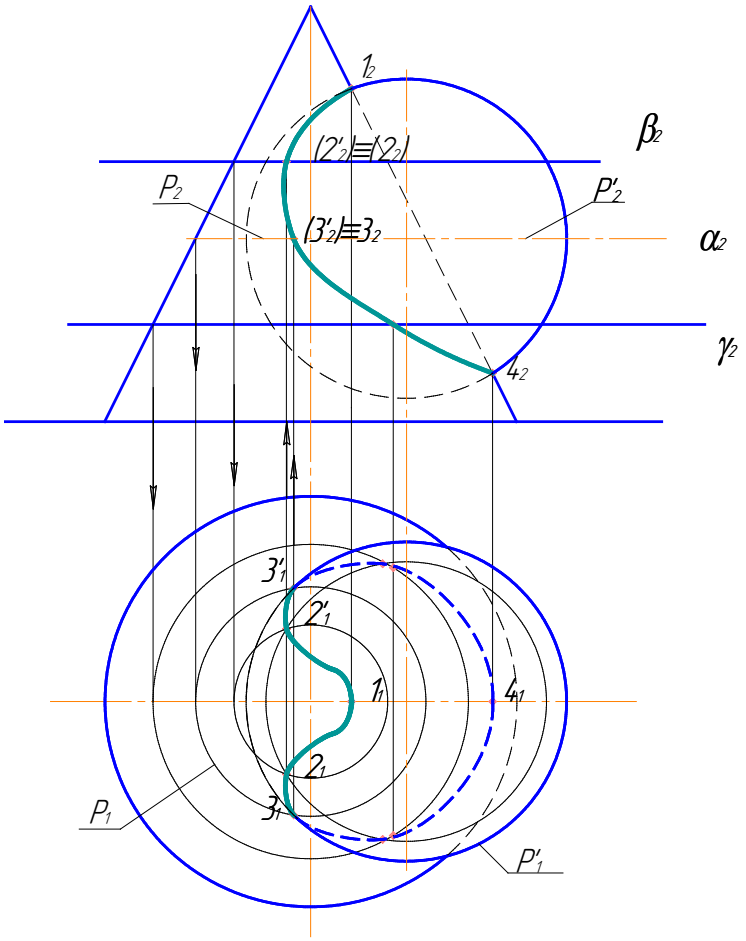

1₂
β₂
(2'₂)≡(2₂)
P₂
P'₂
(3'₂)≡3₂
α₂
γ₂
4₂
3'₁
2'₁
1₁
4₁
2₁
3₁
P₁
P'₁

Рис. 9

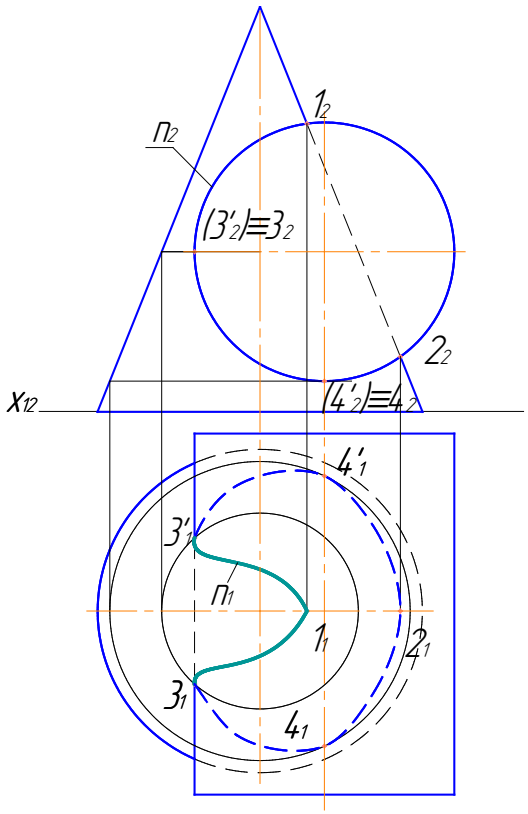

1₂
П₂
(3'₂)≡3₂
2₂
x₁₂
(4'₂)≡4₂
4'₁
3'₁
П₁
1₁
2₁
3₁
4₁

Рис. 10

Задача.

Построить линию пересечения полусферы и призмы, рис.11.

Дано.

ϕ`- полусфера;

ϕ``- призма;

$\phi`\cap\phi``= n(n_1 n_2)$.

Решение.

ϕ`` расположена перпендикулярно к плоскости Π_1, поэтому n_1 известна, она совпадает с горизонтальной проекцией ϕ`: (Φ_1"≡n_1). Отмечаем горизонтальные проекции опорных точек 1_1,2_1, 3_1, точек границы видимости 4_1, 5_1, характерных точек 6_1 и 7_1, которые определяются как кротчайшее расстояние до граней призмы.

Фронтальные проекции точек 1, 2, 3, 4, 5 определить по линиям связи. Для того чтобы построить фронтальные проекции остальных точек, провести через них горизонтальные проекции меридианов, найти фронтальные проекции меридианов затем по линиям связи построить проекции искомых точек, соединив которые можно получить фронтальную проекцию n_2 линии пересечения.

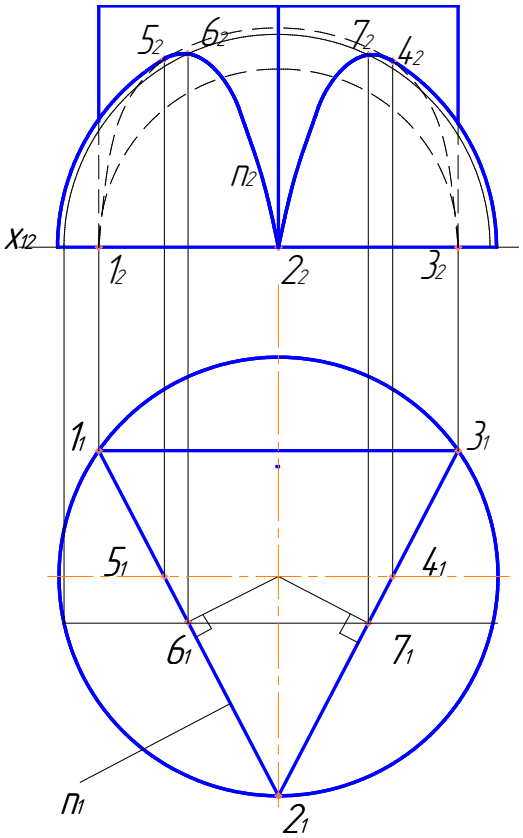


Рис. 11

Контрольная работа №1

Задача 1. Лист 1. (Образец на рис. ПРИЛОЖЕНИЕ 4)

Построить точку пересечения треугольника ABC и прямой DK, показать видимость прямой DK в проекциях. Определить натуральную величину треугольника ABC.

Указание к решению задачи 1.

В левой половине листа формата А3 построить две проекции треугольников по заданным координатам их вершин. Координаты точек A, B, C, D, E, K берутся из табл. П 1.

Для построения проекций точек по их координатам необходимо провести ось X_{12}, зафиксировать на ней точку O – начало координат и отложить координаты, оси У и Z на чертеже можно не проводить. Пример построения проекции A_1 и A_2, B_1 и B_2 точек A (x=8, y=2, z=0) и B(x=4, y=5, z=7) показан на рис.12.

Построив проекции заданных точек и соединив одноименные проекции точек A, B, C и точек D, E, K, будут получены две проекции треугольников.

Линия пересечения треугольников строится по точкам пересечения сторон одного треугольника с плоскостью другого, то есть решается задача на определение точки пересечения прямой общего положения с плоскостью общего положения (тема 1.)

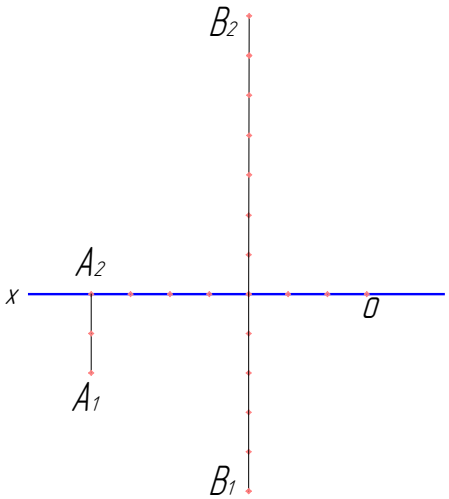


Рис. 12

Алгоритм решения задачи 1

I. Чтобы определить точку пересечения прямой DK с плоскостью треугольника ABC, надо:

1) заключить сторону DK (ΔEDK) во фронтально проецирующую плоскость β

$DK \in \beta$; $D_2K_2 \equiv \beta_2$. т.к. $\beta \perp \Pi_2$;

2) построить линию пересечения фронтально-проецирующей плоскости β с плоскостью общего положения (ΔABC)

$\beta \cap \Delta ABC = m$; ($m_1$; m_2);

$m_2 \equiv \beta_2$, т.к. m Є β; $\beta \perp \Pi_2$;

$\beta_2 \cap A_2B_2 = 3_2$; $\beta_2 \cap A_2C_2 = 4_2$.

По линиям связи построить 3_1 и 4_1; через горизонтальные проекции точек 3 и 4 провести горизонтальную проекцию линии пересечения 2 плоскостей m_1;

3) отметить горизонтальную проекцию точки M пересечения DK с плоскостью ΔABC

$m_1 \cap D_1K_1 = M_1$.

По линии связи определить M_2.

Точка M является точкой искомой точкой пересечения прямой DK с плоскостью треугольника ABC.

II. Определить видимость сторон треугольников способом конкурирующих точек.

Конкурирующие точки – это точки, лежащие на одном проецирующем луче. Конкурирующие точки принадлежат разным геометрическим фигурам, но лежат на одной проецирующей прямой. Видимой считают проекцию конкурирующей точки, расположенной дальше от плоскости проекций, относительно которой прямая является проецирующей. На чертеже невидимую проекцию точки принято заключать в круглые скобки.

Чтобы определить видимость горизонтальной проекции прямой DK, необходимо отметить горизонтальные проекции конкурирующих точек (1 и 2): $1_1 \equiv 2_1$. Допустим, что 1ЄДК, 2ЄAC(ΔABC), затем построим по линиям связи 1_2 и 2_2.

Точка 1_2 расположена дальше от горизонтальной плоскости проекций, значит 1_1 – видимая, а 2_1 – невидимая точка, ее надо отметить круглыми скобками.

Точка 1 принадлежит стороне ДК , отсюда следует, что $Д_1К_1$ видимая до точки M_1, то есть часть прямой находиться над AC ΔABC.

Чтобы определить видимость фронтальной проекции прямой DK, необходимо отметить фронтальные проекции конкурирующих точек (уже имеющуюся точку 3 и новую 5): $3_2 \equiv 5_2$. Точка 3ЄAB (исходя из построений в пункте I), соответственно 5ЄДК, затем построим по линиям связи 5_1 , а проекция 3_1 уже построена.

Точка 5_1 расположена дальше от фронтальной плоскости проекций, значит 5_1 – видимая, а 3_1 – невидимая точка, ее надо отметить круглыми скобками.

Точка 5 принадлежит стороне ДК , отсюда следует, что $Д_2К_2$ видимая до точки M_2, то есть часть прямой находиться над AB ΔABC.

III. Определить натуральную величину треугольника ABC.

Натуральную величину ΔABC можно определить способом плоскопараллельного перемещения, то есть способом преобразования проекционного чертежа (тема 3).

На листе 1 показаны две стадии поворота ΔABC, расположенного в плоскости общего положения, с целью получения его натуральной величины. Чтобы получить такое положение, надо предварительно повернуть плоскость общего положения ΔABC так, чтобы эта плоскость оказалась перпендикулярной к плоскости $П_2$, для этого:

1) построить горизонталь h плоскости ΔABC, (построение выполнить, начиная с фронтальной проекции, то есть провести h_2 параллельно X_{12} через точку C_2): $h_2 || X_{12}$; $C \in h$;
$h_2 \cap A_2B_2 = 9_2$; по линии связи найти E_1.

Через C_1 и E_1 провести h_1;

2) повернуть ΔABC до положения, перпендикулярного к плоскости $П_2$. Для этого на свободном поле чертежа провести прямую $h_1' = C_1E_1$, перпендикулярно оси X_{12} , и с помощью циркуля построить $\Delta A_1'C_1'B_1'$. При этом повороте подразумевается ось вращения, перпендикулярная к плоскости $П_1$; поэтому горизонтальная проекция треугольника сохраняет вид и величину ($\Delta A_1'C_1'B_1' = \Delta ABC$).

При построении на чертеже новых фронтальных проекций вершин треугольника ABC исходят из того, что поворот и перемещение треугольников в новое положение происходит без изменения расстояний его вершин до горизонтальной плоскости проекций. Тогда фронтальные проекции траекторий поворота и перемещений вершин треугольника представляют собой прямые линии, расположенные параллельно оси X_{12}. На этом основании на чертеже через фронтальные проекции $A_2B_2C_2$ вершин треугольника проводят прямые линии, параллельные оси проекций. Через горизонтальные проекции $A_1'B_1'C_1'$ вершин проводят линии связи в направлении, перпендикулярном оси проекции X_{12}. На пересечении указанных прямых получают новую фронтальную проекцию $\Delta A_2'B_2'C_2'$. Теперь фронтальная проекция ΔABC представляет собой прямую линию, то есть в результате преобразования плоскость ΔABC из общего положения переведена во фронтально проецирующее положение.

Последующий поворот фронтально проецирующей плоскости в положение, параллельное горизонтальной плоскости проекций, позволяет определить натуральную величину ΔABC. ΔA'B'C' поворачивают относительно фронтально проецирующей оси, проходящей через вершину B_2' треугольника. При повороте ΔA'B'C' вершины A' и C' описывают окружность в плоскости, параллельной фронтальной плоскости, поэтому на плоскости $П_2$ эти окружности проецируются без искажения в натуральную величину, горизонтальные проекции представляют собой прямые линии, проходящие через горизонтальные проекции A_1' и C_1' параллельно оси проекции X_{12}. Строят новые фронтальные проекции

$A_2'B_2'C_2'$ вершин треугольника, для этого циркулем проводятся дуги окружности через проекции A_2' и C_2' так, чтобы вершина $A_2''B_2''C_2''$ находились на одной прямой, параллельной оси X_{12}.

Затем через фронтальные проекции $A_2''B_2''C_2''$ провести линии связи в направлении, перпендикулярном оси X_{12}. на пересечении линий связи с горизонтальными проекциями траекторий вращения точек А и С находятся положения новых горизонтальных проекций A_1'' и C_1''. Соединив горизонтальные проекции $A_1''B_1''C_1''$ получают новую горизонтальную проекцию ΔАВС.

В результате выполнения графических построений плоскость ΔАВС преобразована в горизонтальную плоскость уровня, следовательно $A_1''B_1''C_1''$ представляет собой натуральную величину треугольника.

Задача 2. Лист 2. (Образец на рис. ПРИЛОЖЕНИЕ 5)

Построить проекции пирамиды, основанием которой является ΔАВС, а ребро SA определяет высоту пирамиды.

Указания к решению задачи 2.

Данные для своего варианта взять из табл. П 2, в левой половине листа формата А3 отметить оси координат и по координатам построить ΔАВС в двух проекциях. Требуется построить проекции вершины S. Точка S находиться на расстоянии h от основания пирамиды АВС.

Затем, изучив тему 2 (перпендикулярные прямые и плоскости), приступить к решению задачи 2.

По условию задачи SA является высотой пирамиды, поэтому из точки А надо восстановить перпендикуляр к ΔАВС. Перпендикуляр к плоскости перпендикулярен к любой прямой, проведенной в этой плоскости. Но чтобы при этом проекция перпендикуляра к плоскости общего положения оказалась перпендикулярной к одноименной проекции к какой-либо прямой этой плоскости, прямая должна быть горизонталью или фронталью.

1) Построение фронтали в плоскости треугольника надо начинать с горизонтальной проекции, то есть надо провести f_1 параллельно оси X_{12} через точку C_1: $f_1 \parallel X_{12}$; $C_1 \in f_1$; $f_1 \cap A_1B_1 = 4_1$.

По линии связи находим 4_2. Фронтальную проекцию f_2 провести через точки 4_2 и C_2.

2) В точке А восстановить перпендикуляр к плоскости ΔАВС, т.е. провести прямую $\ell \perp$ ΔАВС. Из условия перпендикулярности прямой и плоскости известно, что прямая перпендикулярна к плоскости, если фронтальная проекция прямой перпендикулярна фронтальной проекции фронтали и горизонтальная проекция прямой перпендикулярна к горизонтальной проекции горизонтали, поэтому надо построить $\ell_1 \perp h_1$ и $\ell_2 \perp f_2$.

3) Взять точку, принадлежащую прямой ℓ, например, $N \in \ell$

4) Определить натуральную величину отрезка AN, которую можно определить вращением вокруг фронтально-проецирующей оси, проходящей через точку A, то есть надо повернуть A_1N_1 вокруг оси J_1 до положения параллельного оси X_{12} ($A_1N_1 || X_{12}$), отметить новое положение точки N_1', фронтальная проекция N_2 будет перемещаться по прямой, параллельной оси X_{12}.

По линии связи определить новое положение точки N_2'.
$N_2'A_2$ – натуральная величина отрезка NA.

5) На натуральной величине надо отложить заданную высоту пирамиды и отметь точку S_2'. Затем провести через точку S_2' прямую, параллельную N_2N_2' до пересечения с l_2 и отметить точку S_2. По линии связи определить точку S_1.

6) Соединить проекции вершин треугольника соответственно с точками S_1 и S_2, и получить две проекции пирамиды. Видимость ребер пирамиды определяется способом конкурирующих точек (7≡8).

Чтобы определить видимость горизонтальных проекций ребер, отметить горизонтальные проекции точек $7_1 \equiv 8_1$, (например, 7ЄAC; 8ЄSB) построить фронтальные проекции этих точек. Та точка, которая расположена выше, будет видимой на горизонтальной проекции (то есть точка 8_2 видимая), а точка 8ЄSB, значит, ребро SB будет расположено выше ребра AC; ребро AC – невидимое, изображается штриховой линией. Аналогично определяется видимость фронтальных проекций ребер пирамиды.

Задача 3. Лист 3. (Образец на рис. ПРИЛОЖЕНИЕ 6)

Построить линию пересечения двух многогранников: пирамиды и призмы.

Указания к решению задачи 3.

В правой половине листа 2 наметить оси координат и из табл. П 3 согласно своему варианту взять координаты точек A, B, C и Д вершин пирамиды и координаты точек E, K, G, U вершин многоугольника нижнего основания призмы, а также ее высоту h. Призма своим основанием стоит на горизонтальной проекции, ее вертикальные ребра проецируются в точки. Грани боковой поверхности призмы представляют собой отсеки горизонтально-проецирующих плоскостей.

При пересечении двух многогранников возможны два варианта их взаимного расположения: полное и неполное проницание (тема 4).

Задача 4. Лист 3. (Образец на рис. ПРИЛОЖЕНИЕ 6)

Построить развертку одного из двух пересекающихся многогранников, прямой призмы, на развертке показать линию их пересечения.

Указания к решению задачи 4.

Для построения развертки прямой призмы надо:

1) провести горизонтальную прямую;

2) от произвольной точки G этой прямой последовательно отложить отрезки GU,UE, EK, KG, равные длинам сторон основания призмы.

3) Из точек G, U,… восстановить перпендикуляры и на них отложить величины, равные высоте призмы, полученные точки соединить прямой. Прямоугольник является разверткой боковой поверхности призмы.

4) Для получения полной развертки поверхности призмы к развертке боковой поверхности пристраивают многоугольники ее оснований.

Для построения на развертке линии пересечения призмы с пирамидой замкнутых ломаных линий 123 и 45678 пользуются вертикальными прямыми. Например, для определения положения точки 1 на развертке, на отрезке GU надо от точки G в право отложить отрезок $G1_0$, равный отрезку G_11_1, из точки 1_0 восстановить перпендикуляр к отрезку $G1_0$ и на нем отложить высоту Z точки 1. Аналогично построить остальные точки линии пересечения и соединить их ломаной линией.

Задача 5. Лист 4. (Образец на рис. ПРИЛОЖЕНИЕ 7)

На двухпроекционном чертеже построить недостающие проекции сквозного отверстия в сфере, заданной радиусом R. Фронтальная проекция сквозного отверстия представлена четырехугольником; координаты проекций точек А, В, С и Д вершин четырехугольника взять из табл. П 4.

Указания к решению задачи 5.

Наметить оси ординат с началом координат в центре левой части листа формата А3. Построить проекции сферы, заданной радиусом R с центром в точке О. Отметить проекции точек А, В, С, Д (вершин четырехугольника) сквозного отверстия. Далее задача сводится к определению недостающих проекций точек на поверхности сферы (тема 5).

Вначале определяются характерные и опорные точки линии сквозного отверстия: точки на экваторе (1, 1_1'), главном меридиане (2,3,4,4'), наиболее удаленные и ближайшие точки поверхности сферы к плоскостям проекций.

Отмечая фронтальные проекции точек сквозного отверстия, определяют горизонтальные проекции 1_1, 1_1', 3_1,2_1 по линиям связи без дополнительных построений, горизонтальные проекции остальных точек определяются с помощью параллелей, проведенных через эти точки. Без дополнительных построений определяются профильные проекции точек 4', 4, 2, 3; проекции остальных точек определяются с помощью меридианов, проведенных через эти точки. Построенные проекции точек соединить с учетом формы и видимости линии пересечения.

Задача 6. Лист 5. (Образец на рис. ПРИЛОЖЕНИЕ 8)

Построить линию пересечения конуса вращения с цилиндром вращения. Оси поверхностей вращения взаимно перпендикулярные, проецирующие прямые.

Указание к решению задачи 7.

В правой половине листа наметить оси координат и из табл. П 5 взять величины, которыми задаются поверхности конуса вращения и цилиндра вращения. Определить центр (точка К) окружности радиусом R основания конуса вращения в плоскости $П_1$. На вертикальной оси на расстоянии h от плоскости $П_1$ и расположена вершина конуса. Осью цилиндра вращения является фронтально проецирующая прямая, проходящая через точку Е, основаниями цилиндра являются окружности, радиусом R. Образующие цилиндра имеют длину радиуса 3R и делятся пополам фронтальной меридиальной плоскостью конуса вращения. Линия пересечения двух плоскостей определяется из условия, что одной из пересекающихся поверхностей является фронтально проецирующая (тема 6).

Так как цилиндр занимает фронтально проецирующее положение, фронтальная проекция линии пересечения известна, она совпадает с фронтальной проекцией цилиндра. Чтобы построить горизонтальную проекцию линии пересечения, надо отметить опорные (1, 6), характерные (3, 3', 5, 5') и вспомогательные (промежуточные 2, 2', 4, 4') точки линии пересечения. Из них горизонтальные проекции точек 1_1 и 6_1 определяются сразу по линиям связи, проекции остальных точек находятся с помощью параллелей, проведенных через эти точки. Полученные проекции точек соединить плавной кривой линией с указанием видимости. Точками границы видимости являются 3 и 3'.

Задача 7. Лист 6. (Образец на рис. ПРИЛОЖЕНИЕ 9)

Построить развертки пересекающихся цилиндра вращения с конусом вращения. Показать на развертках линии их пересечения.

Развертки поверхностей вращения цилиндра и конуса относятся к приближенным разверткам.

Развертка цилиндра.

В основание цилиндра надо вписать правильный многоугольник, (например, шестиугольник), затем в левой части формата провести горизонтальную линию, отметить точку О на ней. От точки О отложить шесть равных отрезков (равных стороне шестиугольника). Через точки деления провести вертикальные линии, на которых отложить высоту цилиндра. Полученный прямоугольник есть развертка боковой поверхности цилиндра.

Полная развертка цилиндра вращения представляется разверткой его боковой поверхности и основаниями – окружностями радиуса R.

Для нахождения любой точки на развертке надо провести через заданную точку (например, 3) образующую, затем надо найти место этой образующей на развертке (3_0), определить высоту точки (h) и отложить ее на развертке.

Любая линия на поверхности состоит из непрерывного множества точек. Определив на развертке необходимое количество точек и соединив их, получим линию пересечения на развертке.

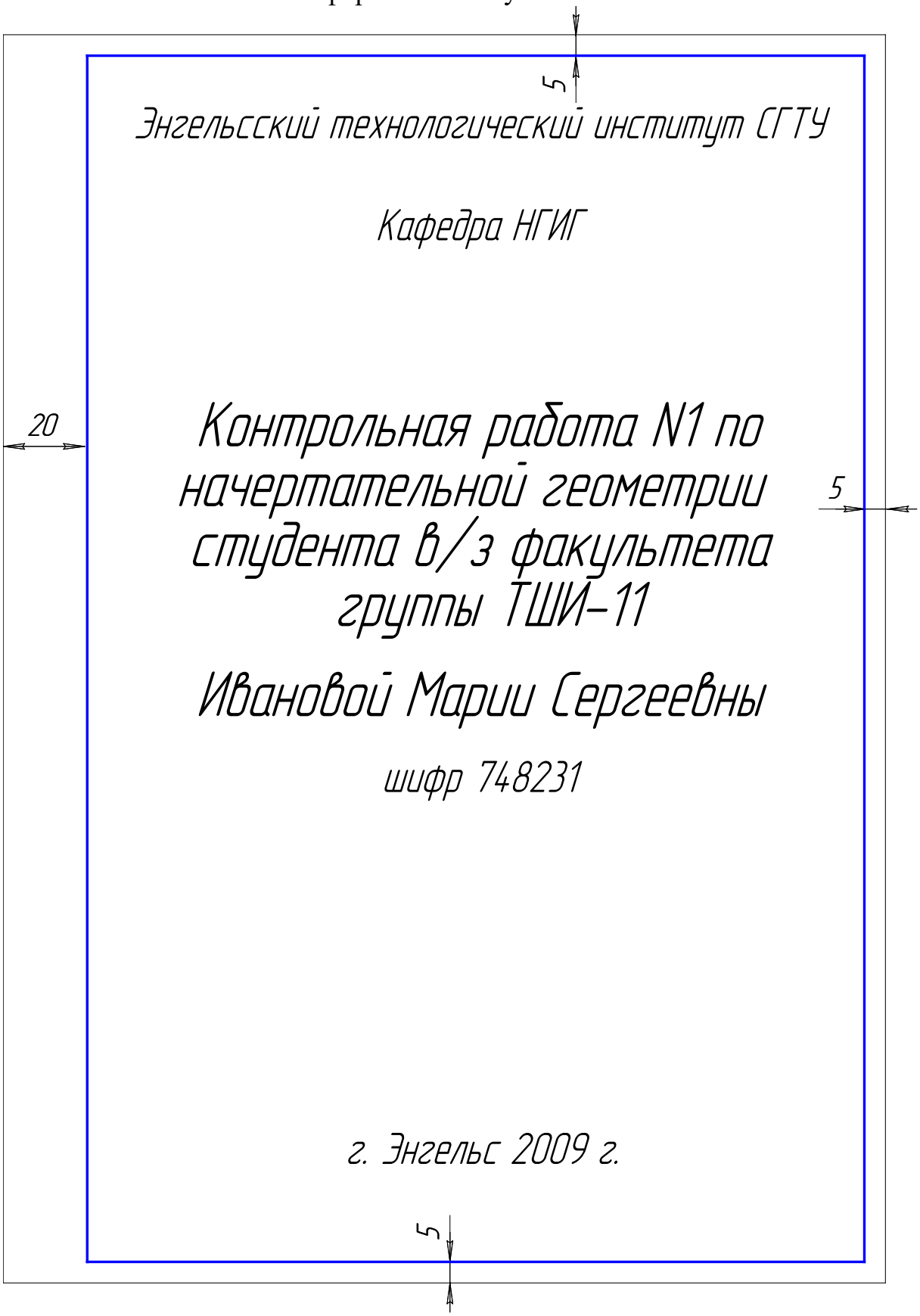
Развертка конуса вращения.

Построение развертки конуса сводится к построению развертки вписанной (или описанной) пирамиды. Вписать в конус многогранную пирамиду. Из точки S провести дугу радиусом, равным истинной величине образующей конуса (S_2A_2), и на дуге отложить заменяющие дуги хорды A_1B_1, B_1C_1,... и т.д.

Для нахождения любой точки на развертке необходимо через заданную точку (например 3) провести образующую, найти место этой образующей на развертке ($AB=A_1B_1$), определить истинную величину отрезка и отложить его по образующей на развертке. И аналогично определяются остальные точки линии пересечения.

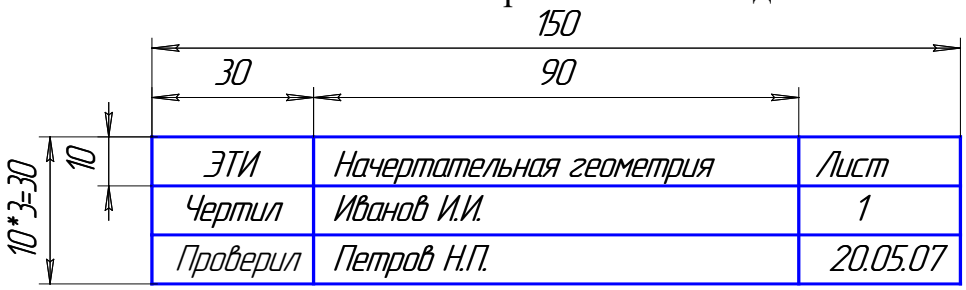
ПРИЛОЖЕНИЕ 1

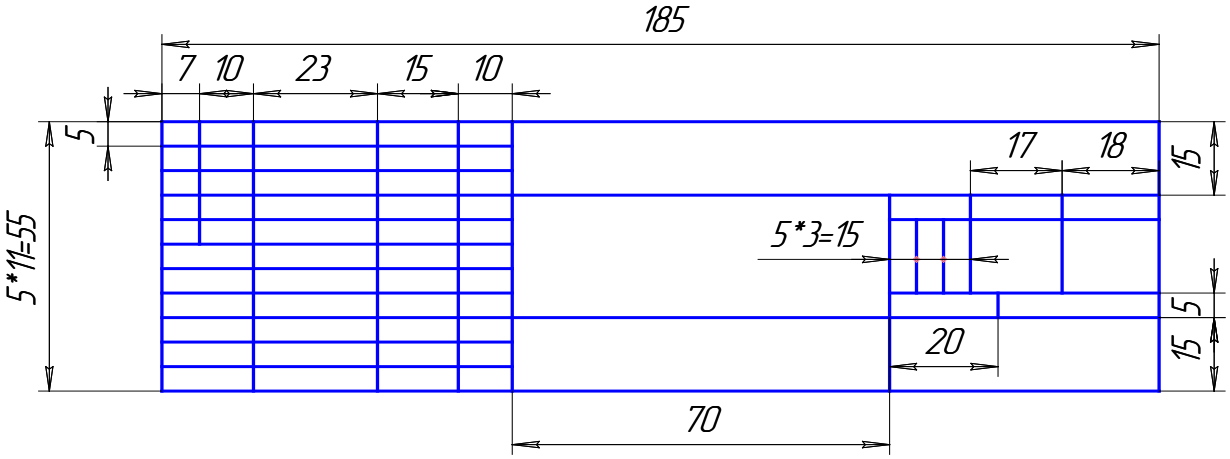
Оформление титульного листа



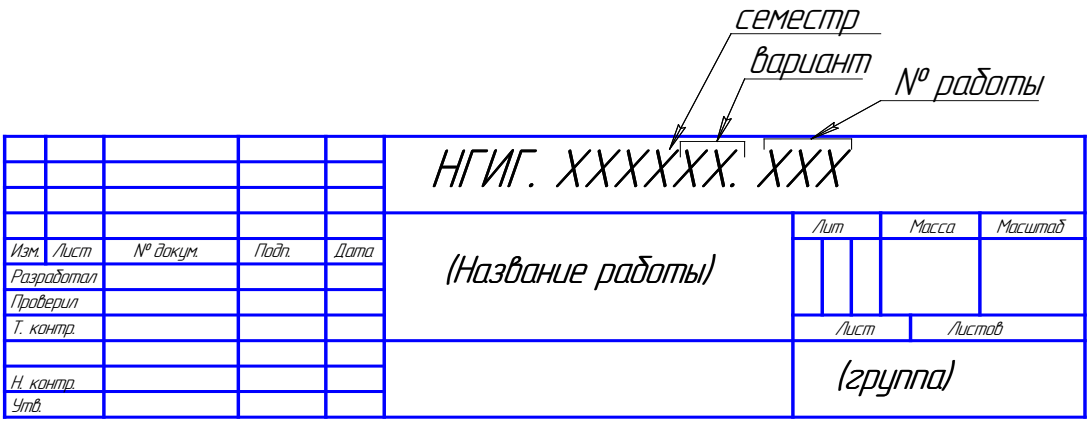
ПРИЛОЖЕНИЕ 2

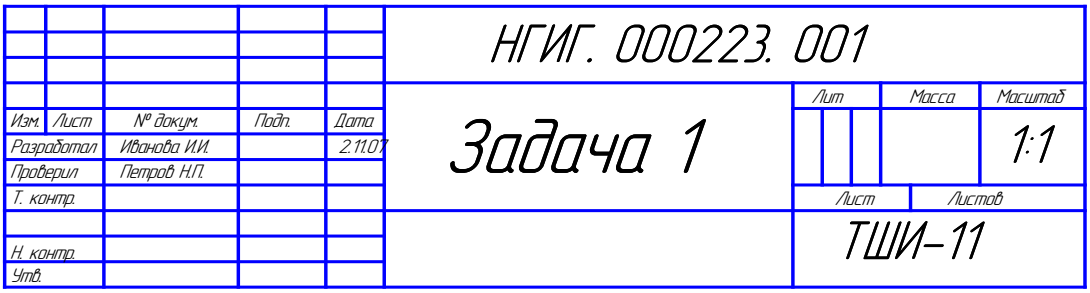
Размеры основной надписи





Образец заполнения основной надписи





ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Таблица П 1.

Данные к задаче 1 (размеры и координаты в мм)

№ варианта	X_A	Y_A	Z_A	X_B	Y_B	Z_B	X_C	Y_C	Z_C	X_D	Y_D	Z_D	X_K	Y_K	Z_K
1	117	90	9	52	25	79	0	83	48	68	110	85	14	52	0
2	120	90	10	50	25	80	0	85	50	70	110	85	15	50	0
3	115	90	10	52	25	80	0	80	45	65	105	80	12	50	0
4	120	92	10	50	20	75	0	80	46	70	115	85	10	50	0
5	117	9	90	52	79	25	0	48	83	68	85	110	14	0	52
6	115	7	85	50	80	25	0	50	85	70	85	110	15	0	50
7	120	10	90	48	82	20	0	52	82	65	80	110	15	0	52
8	116	8	88	50	78	25	0	46	80	70	85	108	15	0	52
9	115	10	92	50	80	25	0	50	85	70	85	110	15	0	50
10	18	10	90	83	79	25	135	48	83	67	85	110	121	0	52
11	20	12	92	85	80	25	135	50	85	70	85	110	120	0	52
12	15	10	85	80	80	20	130	50	80	70	80	108	120	0	50
13	16	12	88	85	80	25	130	50	80	75	85	110	120	0	50
14	18	12	85	85	80	25	135	50	80	70	85	110	120	0	50
15	18	90	10	83	25	79	135	83	48	67	110	85	121	52	0
16	18	40	75	83	117	6	135	47	38	67	20	0	121	78	86
17	17	75	40	83	6	107	135	38	47	67	0	20	121	86	78
18	117	75	40	52	6	107	0	38	47	135	0	20	15	86	78
19	117	40	75	52	107	6	0	47	38	135	20	0	15	78	86
20	120	38	75	50	108	5	0	45	40	135	20	0	15	80	85

Таблица П 2

Данные к задаче 2 (размеры и координаты в мм)

№ варианта	X_A	Y_A	Z_A	X_B	Y_B	Z_B	X_C	Y_C	Z_C	h
1	117	90	9	52	25	79	0	83	48	85
2	120	90	10	50	25	80	0	85	50	85
3	115	90	10	52	25	80	0	80	45	85
4	120	92	10	50	20	75	0	80	46	85
5	117	9	90	52	79	25	0	48	83	85
6	115	7	85	50	80	25	0	50	85	85
7	120	10	90	48	82	20	0	52	82	85
8	116	8	88	50	78	25	0	46	80	85
9	115	10	92	50	80	25	0	50	85	85
10	18	10	90	83	79	25	135	48	83	85
11	20	12	92	85	80	25	135	50	85	85
12	15	10	85	80	80	20	130	50	80	85
13	16	12	88	85	80	25	130	50	80	80
14	18	12	85	85	80	25	135	50	80	80
15	18	90	10	83	25	79	135	83	48	80
16	18	40	75	83	117	6	135	47	38	80
17	17	75	40	83	6	107	135	38	47	80
18	117	75	40	52	6	107	0	38	47	80
19	117	40	75	52	107	6	0	47	38	80
20	120	38	75	50	108	5	0	45	40	80

Таблица П 3.

Данные к задаче 3(размеры и координаты в мм)

№ варианта	X_A	Y_A	Z_A	X_B	Y_B	Z_B	X_C	Y_C	Z_C	X_D	Y_D	Z_D	X_E	Y_E	Z_E	X_K	Y_K	Z_K	X_G	Y_G	Z_G	X_U	Y_U	Z_U	h
1	141	75	0	122	14	77	87	100	40	0	50	40	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
2	0	70	0	20	9	77	53	95	40	141	45	40	40	50	0	67	20	0	125	20	0	86	95	0	85
3	0	80	0	20	19	77	53	110	40	141	55	40	40	50	0	67	20	0	125	20	0	86	95	0	85
4	0	68	0	20	7	77	53	93	40	141	43	40	40	50	0	67	20	0	125	20	0	86	95	0	85
5	0	75	0	20	14	77	53	100	40	141	50	40	40	50	0	67	20	0	125	20	0	86	95	0	85
6	0	82	0	20	21	77	53	112	40	141	57	40	40	50	0	67	20	0	125	20	0	86	95	0	85
7	0	85	0	20	24	77	53	115	40	141	60	40	40	50	0	67	20	0	125	20	0	86	95	0	85
8	0	90	0	20	29	77	53	120	40	141	65	40	40	50	0	67	20	0	125	20	0	86	95	0	85
9	0	85	0	15	30	80	55	120	40	141	60	40	40	50	0	67	20	0	125	20	0	86	95	0	85
10	141	70	0	122	9	77	87	95	40	0	45	40	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
11	141	80	0	122	19	77	87	110	40	0	55	40	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
12	141	68	0	122	7	77	87	93	40	0	43	40	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
13	141	82	0	122	21	77	87	112	40	0	57	40	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
14	141	85	0	122	24	77	87	115	40	0	60	40	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
15	141	90	0	122	29	77	87	120	40	0	65	40	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
16	135	75	0	116	14	77	81	100	40	0	50	40	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
17	145	75	0	126	14	77	91	100	40	0	50	40	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
18	145	95	0	120	34	77	87	120	40	0	70	40	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
19	145	70	0	122	10	80	90	95	40	0	70	40	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
20	145	65	0	122	20	77	85	100	40	0	68	40	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85

Таблица П 4

Данные к задаче 6 (размеры и координаты в мм)

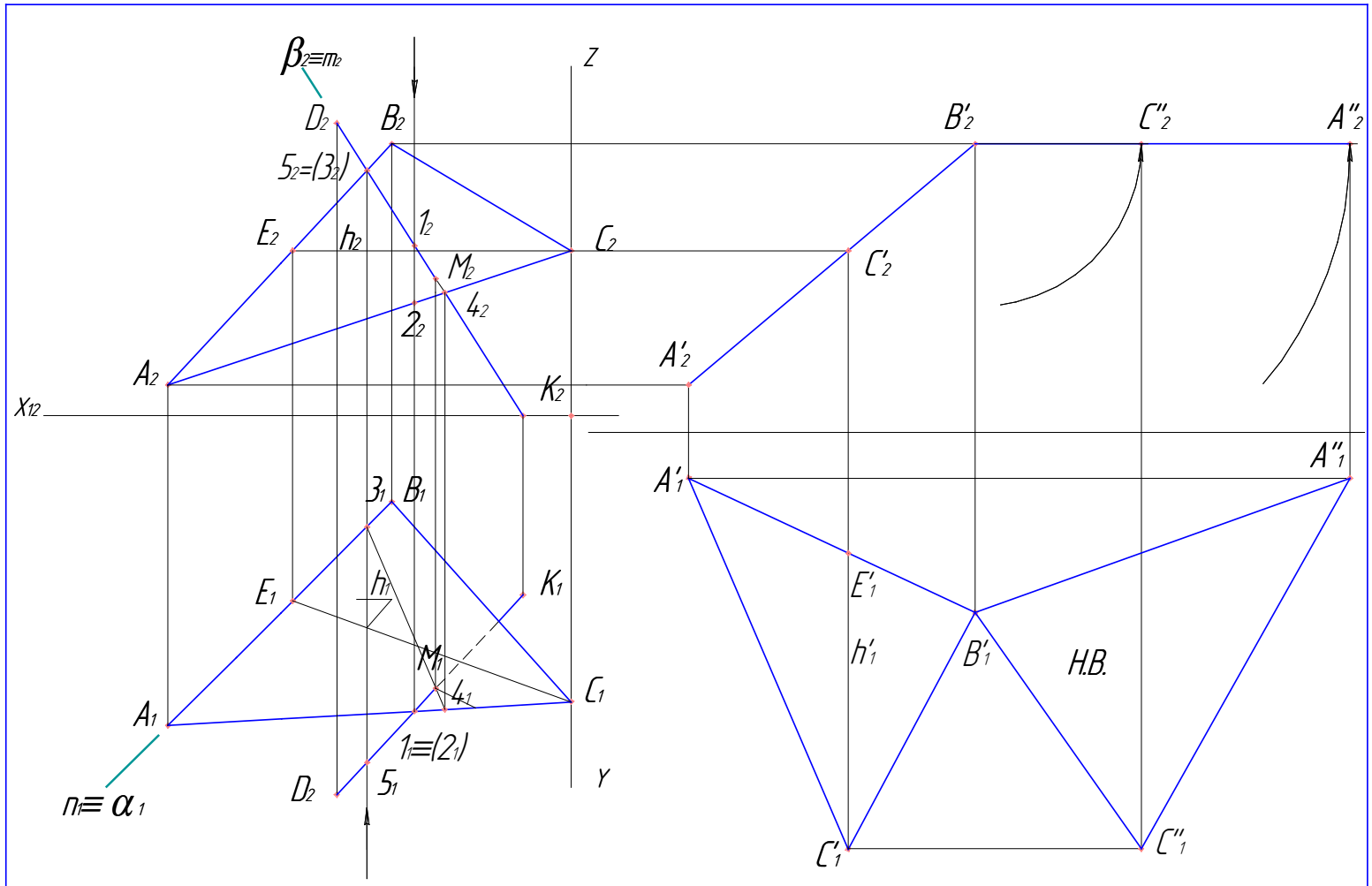
№ варианта	X_O	Y_O	Z_O	X_A	Y_A	Z_A	X_B	Y_B	Z_B	X_C	Y_C	Z_C	X_D	Y_D	Z_D	R
1	70	58	62	118	-	35	56	-	95	45	-	95	45	-	35	46
2	70	60	60	118	-	35	56	-	95	44	-	95	44	-	35	46
3	70	60	58	120	-	35	58	-	95	44	-	95	44	-	35	48
4	70	60	58	120	-	36	56	-	94	42	-	94	42	-	36	48
5	69	58	60	116	-	36	58	-	94	45	-	94	45	-	36	47
6	72	60	58	116	-	36	60	-	92	42	-	92	42	-	36	47
7	72	58	60	120	-	34	60	-	92	42	-	92	42	-	34	48
8	72	58	58	122	-	34	60	-	90	40	-	90	40	-	34	45
9	74	62	60	122	-	34	55	-	90	40	-	90	40	-	34	45
10	69	58	60	20	-	36	81	-	94	94	-	94	94	-	36	47
11	74	62	58	20	-	36	80	-	92	94	-	92	94	-	36	47
12	72	62	62	20	-	352	80	-	92	92	-	92	92	-	352	48
13	72	60	62	22	-	35	82	-	90	92	-	90	92	-	35	48
14	70	60	60	18	-	35	82	-	90	90	-	90	90	-	35	48
15	70	60	58	18	-	34	82	-	94	92	-	94	92	-	34	50
16	72	62	58	21	-	34	84	-	94	96	-	94	96	-	34	50
17	70	62	60	18	-	32	84	-	90	96	-	90	96	-	32	50
18	68	60	60	20	-	32	86	-	92	95	-	92	95	-	32	50
19	68	58	62	20	-	32	86	-	92	95	-	92	95	-	32	50
20	70	58	62	18	-	32	86	-	94	90	-	94	90	-	32	52

Таблица П 5

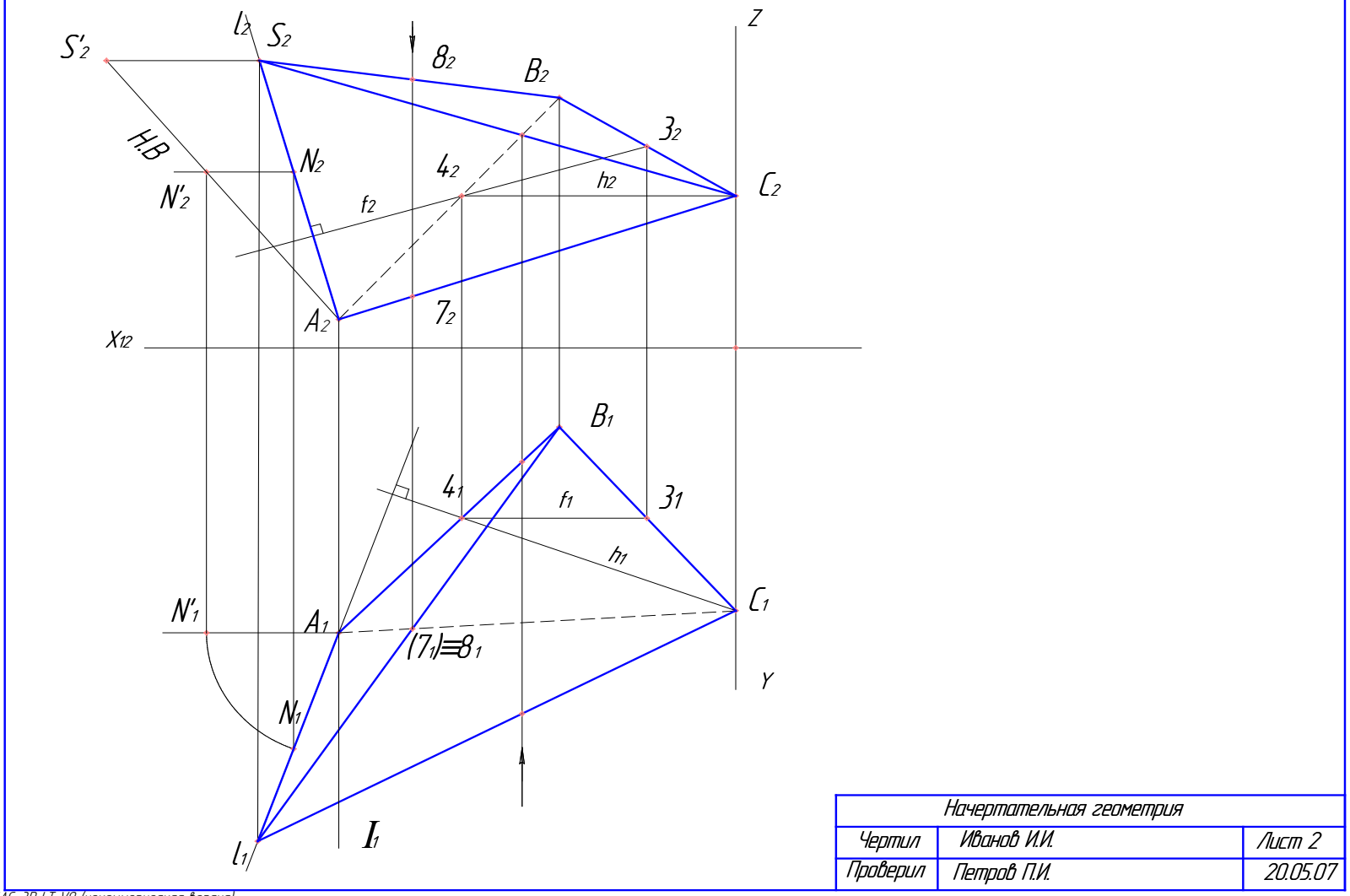
Данные к задаче 8(размеры и координаты в мм)

№ варианта	X_K	Y_K	Z_K	R	h	X_E	Y_E	Z_E	R_1
1	80	70	0	45	100	50	70	32	35
2	80	70	0	45	100	50	70	32	30
3	80	72	0	45	100	53	72	32	32
4	80	72	0	45	100	60	72	35	35
5	70	70	0	44	102	50	70	32	32
6	75	70	0	45	98	65	70	35	35
7	75	70	0	45	98	70	70	35	35
8	75	72	0	45	98	75	72	35	35
9	75	72	0	43	98	80	72	35	35
10	75	75	0	44	102	50	75	35	35
11	80	75	0	43	102	85	75	36	36
12	80	75	0	43	102	85	75	40	35
13	80	75	0	42	102	80	75	40	35
14	80	70	0	42	102	80	70	40	32
15	80	70	0	42	100	75	70	40	32
16	70	72	0	43	100	75	72	42	32
17	70	72	0	44	100	70	72	40	32
18	70	74	0	44	100	70	74	36	32
19	70	74	0	44	98	68	74	32	34
20	75	70	0	42	98	68	70	32	36

ПРИЛОЖЕНИЕ 4



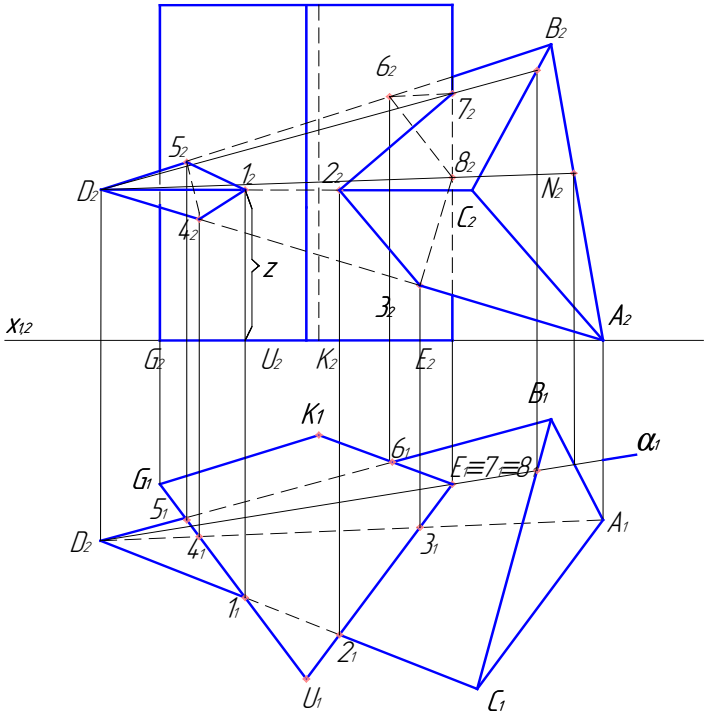
Начертательная геометрия		
Чертил	Иванов И.И.	Лист 1
Проверил	Петров Н.П.	20.05.07

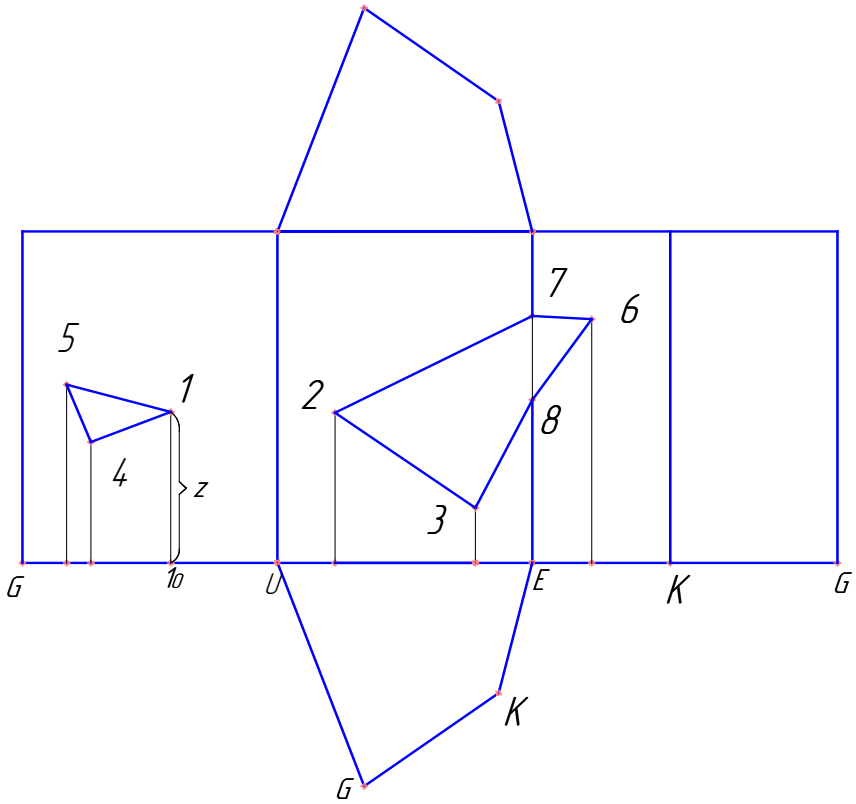


Начертательная геометрия		
Чертил	Иванов И.И.	Лист 2
Проверил	Петров П.И.	20.05.07

КОМПАС-3D LT (c) 1989-2007 ЗАО АСКОН, Россия. Все права защищены.
КОМПАС-3D LT V9 (некоммерческая версия)

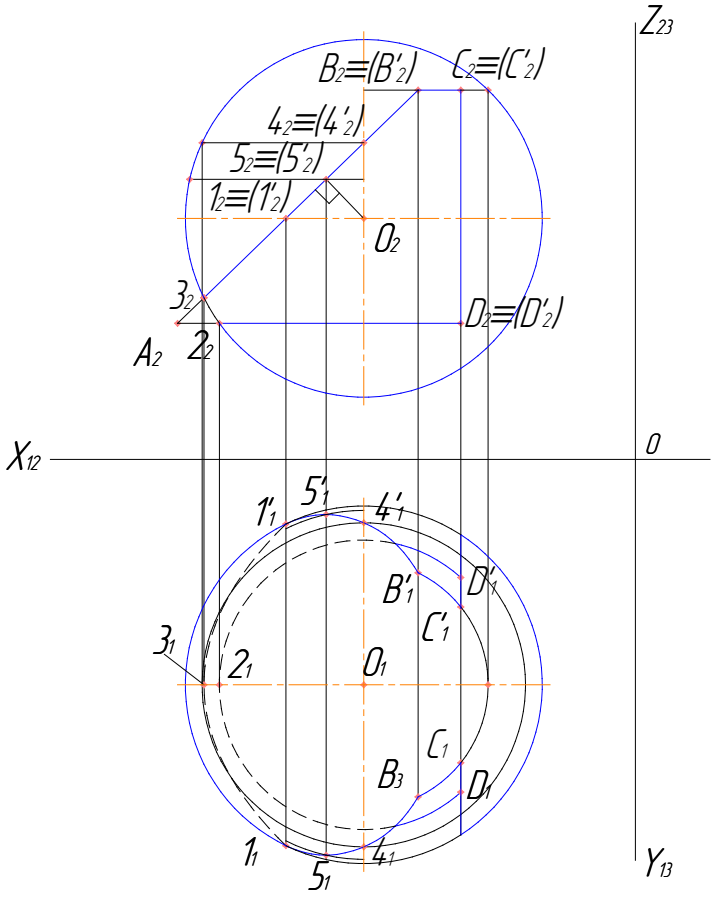
ПРИЛОЖЕНИЕ 6





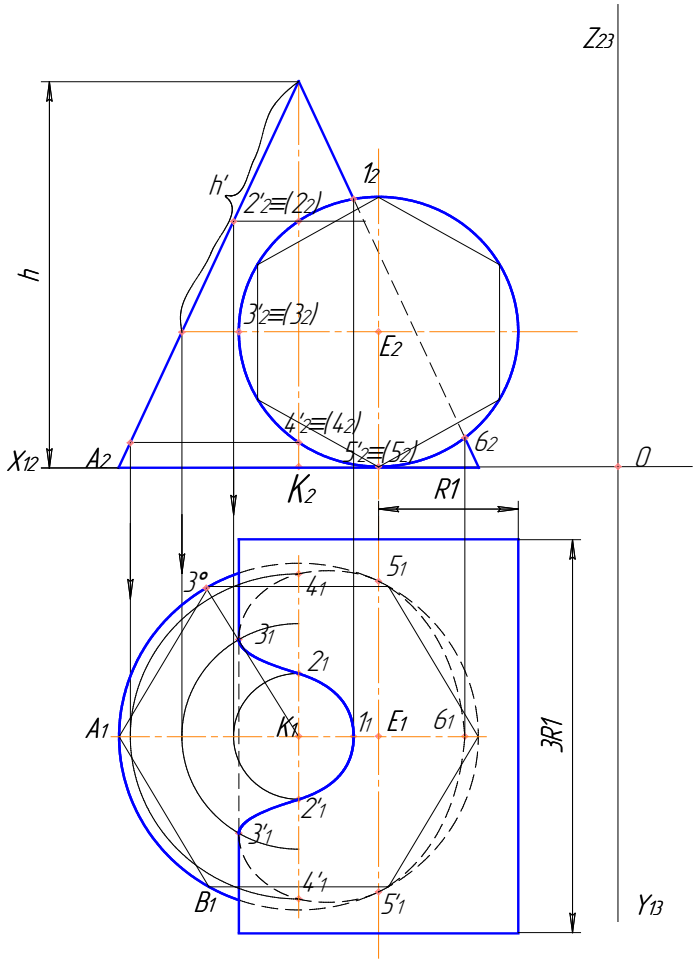
Начертательная геометрия		
Чертил	Иванов И.И.	Лист 3
Проверил	Петров П.И.	20.05.07

ПРИЛОЖЕНИЕ 7



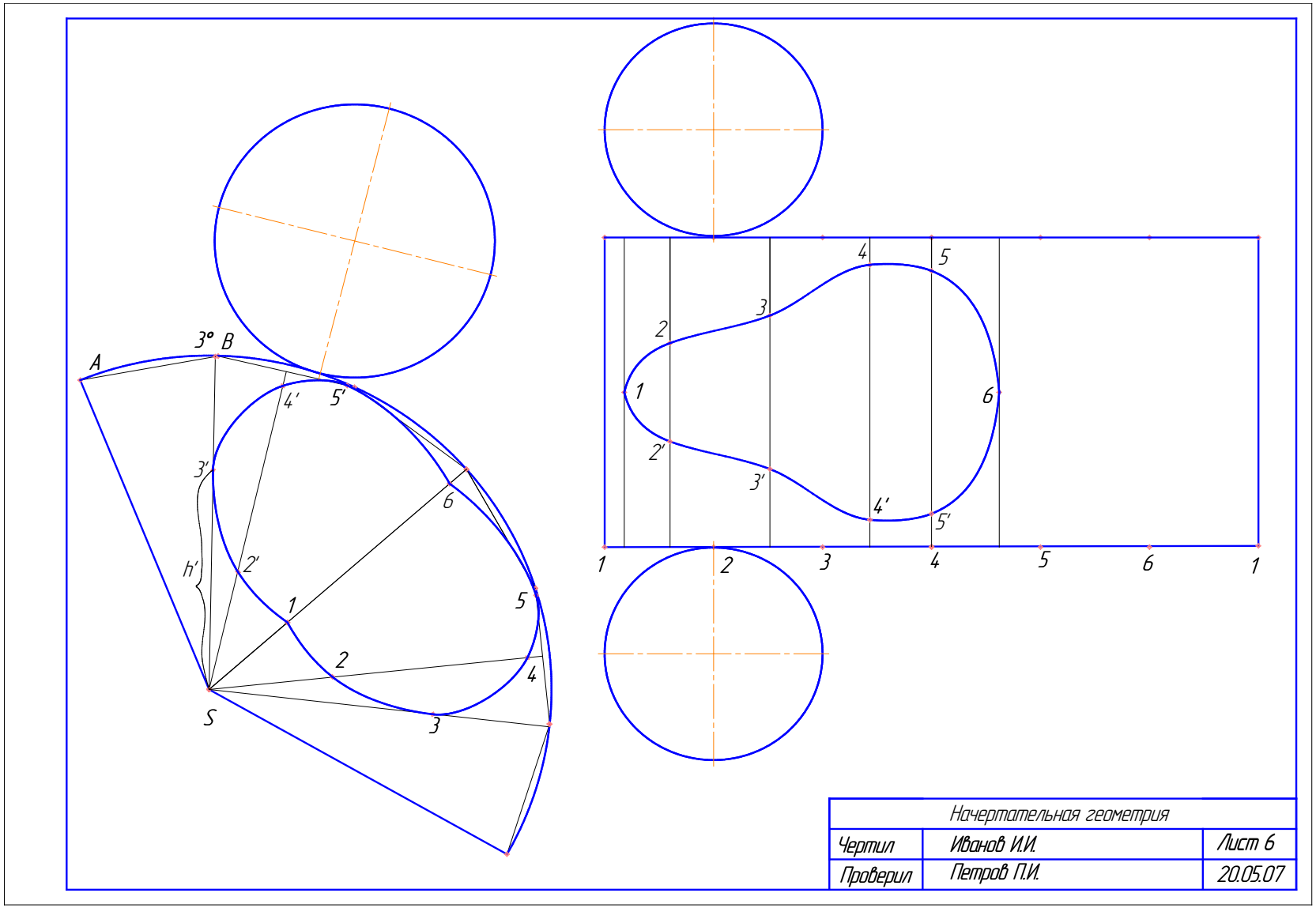
Начертательная геометрия		
Чертил	Иванов И.И.	Лист 4
Проверил	Петров П.И.	20.05.07

ПРИЛОЖЕНИЕ 8



Начертательная геометрия		
Чертил	Иванов И.И.	Лист 5
Проверил	Петров П.И.	20.05.07

ПРИЛОЖЕНИЕ 9



Начертательная геометрия		
Чертил	Иванов И.И.	Лист 6
Проверил	Петров П.И.	20.05.07

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ
Методические указания
к выполнению контрольной работы

Составили Т.П. Морозова, И.А. Челышева
Рецензент Г.И. Старшов
Корректор Е.В. Григоренко

Подписано в печать . Формат 60x84 1/16
Бум. офсет. Усл. печ. л. Уч.-изд.л.
Тираж 100 экз. Заказ Бесплатно
Саратовский государственный технический университет
410054, Саратов, Политехническая ул., 77
Отпечатано в РИЦ СГТУ. 410054, Политехническая ул., 77